

Soit  $f$  la fonction définie sur  $]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = 4 \frac{\ln x}{x^3}.$$

1. Faire un tableau de signe pour  $f$  et résoudre alors l'inégalité  $f(x) \geq 0$  d'inconnue  $x > 0$ .
2. Calculer  $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ . Interpréter graphiquement les résultats.
3. Montrer que pour tout  $x > 0$ ,  $f'(x) = 4 \cdot \frac{1 - 3 \ln(x)}{x^4}$
4. Étudier les variations de  $f$  et préciser les extrema de  $f$ .
5. Déterminer une équation de la tangente à la courbe représentative  $\mathcal{C}_f$  de  $f$  au point d'abscisse 1.
6. Tracer dans un repère orthonormé la tangente à  $\mathcal{C}_f$  au point d'abscisse 1, ainsi que la courbe  $\mathcal{C}_f$ .

On prendra :  $e^{\frac{1}{3}} \approx 1,4$  et  $\frac{4}{3e} \approx 0,5$ .

