

A rendre pour le .

D'après Ecricome

On s'intéresse dans cet exercice à l'étude d'un jeu présent dans une fête foraine. La mise pour chaque partie est de 1 euro.

L'observation montre qu'une partie est gagnée avec la probabilité $\frac{1}{10}$, perdue avec la probabilité $\frac{9}{10}$.

Toute partie gagnée rapporte 3 euros.

Les différentes parties sont indépendantes.

1. Une personne décide de jouer N parties ($N \geq 2$). On note X_N la variable aléatoire représentant le nombre de parties gagnées et Y_N la variable aléatoire représentant le gain algébrique du joueur.
 - (a) Donner la loi de X_N , ainsi que la valeur de l'espérance et de la variance de cette variable.
 - (b) Justifier que $Y_N = 3X_N - N$. En déduire la valeur de l'espérance et de la variance de Y_N .
2. Une seconde personne joue jusqu'à ce qu'elle gagne pour la première fois une partie, et s'arrête alors de jouer. On note Z la variable aléatoire représentant le nombre de parties jouées et T la variable aléatoire représentant le gain algébrique du joueur.
 - (a) Donner la loi de Z .
 - (b) Exprimer T en fonction de Z , et en déduire l'espérance de T .
3. Pour quelle valeur de N les deux joueurs peuvent-il espérer le même gain ?