

## Exercice 1

On considère la suite  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}^*}$  définie par  $\begin{cases} u_1 = 0 \\ u_{n+1} = u_n + \ln n \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$

(a) Montrer, par un calcul à la main, que  $u_5 = \ln(120)$ .

On admet (par récurrence) que

$$u_n = \ln(n!) \text{ pour tout } n \in \mathbb{N}^*$$

(b) Compléter le programme suivant pour qu'il calcule la valeur de  $u_{20}$ .

```
--> u=.....  
--> for n=2 :.....  
  > u=.....;  
  > end  
--> disp(u)
```

Réponse :  $u_{20} \approx \dots\dots\dots$

(c) Tester le programme suivant et expliquer soigneusement le résultat obtenu

```
--> u= 0;  
--> n=1;  
--> while u<100  
    u= u+log(n) ;  
    n = n + 1;  
end;  
--> disp(n)  
-->disp(u)
```

Réponse :

.....  
.....  
.....  
.....  
.....

## Exercice 2

La célèbre suite de Syracuse est définie par la donnée d'un premier terme  $u_0$  entier naturel non nul, et par la relation de récurrence suivante :

$$\begin{cases} u_{n+1} = \frac{u_n}{2} \text{ si } u_n \text{ est pair;} \\ u_{n+1} = 3u_n + 1 \text{ si } u_n \text{ est impair.} \end{cases}$$

- (a) Calculer à la main les vingt premiers termes de la suite dans le cas où  $u_0 = 7$ .

### Conjecture de Syracuse

Quelle que soit la valeur de  $u_0$ , la suite finit toujours par stationner à 4,2,1,4,2,1....

- (b) Tester le programme suivant :

```
--> u=7;
--> for n=1:30
    if modulo(u,2)==0
        u=u/2
    else
        u=3*u+1
    end;
end;
```

Que fait ce programme?

.....  
 .....  
 .....

- (c) Comment le modifier pour qu'il s'arrête dès que l'on arrive à 1?  
 (d) Appliquer ce programme à  $u_0 = 99$  et à  $u_0 = 151$ , et donner les résultats obtenus.