

1 Vocabulaire des probabilités

Dans tous les exercices de cette section le sens donné au verbe **décrire** est « écrire sous forme d'un ensemble ».

Exercice 1

On lance quatre fois une pièce et on relève la succession des résultats obtenus.

1. Décrire l'univers Ω .
2. Décrire l'évènement E : « Le troisième lancer est pile ».
3. Décrire l'évènement F : « On a obtenu face au moins une fois ».
4. Décrire les évènements $E \cap F$ et $E \cup F$.

Exercice 2

Une urne contient 2 boules vertes et 3 boules bleues. On tire deux boules au hasard. On considère les évènements A : « Les deux boules sont de couleurs différentes » et B : « L'une des boules est bleue ».

1. Décrire l'univers Ω et les évènements A et B .
2. Les évènements A et \bar{B} sont-ils incompatibles ?

Exercice 3

On lance 4 fois une pièce et on introduit les évènements P_i : « Le i^e lancer a donné pile » pour tout i de 1 à 4. En utilisant P_1, P_2, P_3, P_4 et les symboles \cup et \cap , décrire les évènements suivants :

- | | |
|-------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------|
| (a) N'obtenir que des piles | (b) N'obtenir que des faces |
| (c) Obtenir au moins un pile | (d) Obtenir pile au premier lancer et face au dernier |
| (e) Obtenir au moins un pile dans les deux premiers lancers | (f) Obtenir le premier pile au 3ème lancer |

Exercice 4

Une urne contient vingt boules numérotées de 1 à 20 dont dix boules sont rouges. Une seule boule rouge a un numéro pair. On tire une boule dans l'urne au hasard. Quelle est la probabilité de l'évènement A : « La boule est rouge ou paire » ?

Exercice 5

Une urne contient trois quarts de jetons rouges et les autres jetons sont bleus. 20% des jetons rouges sont gagnants et 40% des jetons bleus sont gagnants. Un joueur tire au hasard un jeton de l'urne.

1. Calculer la probabilité que le jeton soit gagnant.

2. Calculer la probabilité que le jeton soit rouge sachant qu'il est gagnant.

2 Évènements indépendants

Exercice 6

On tire au hasard une carte dans un jeu de 32 cartes. En comparant $P(A)$ et $P_B(A)$ dire si les évènements A et B sont indépendants :

1. A : « Tirer un huit » et B : « Tirer un cœur ».
2. A : « Tirer une tête » et B : « Tirer un roi ».
3. A : « Tirer une carte noire » et B : « Tirer une tête ».

(Les têtes d'un jeu de carte sont Valet, Dame, Roi)

3 Probabilités conditionnelles

Exercice 7

On dispose d'un test de dépistage d'une maladie. En principe, celui-ci est positif si le patient est malade, mais le test n'est pas fiable à 100 %. Plus précisément, si le patient est malade alors le test est positif 99,9 fois sur 100. Mais sur une personne non malade il est positif 4 fois sur 1000. On considère que 2 millièmes de la population est atteinte de la maladie.

1. Quelle est la probabilité qu'une personne tirée au hasard soit positive au test de dépistage ?
2. Quelle est la probabilité qu'une personne soit malade sachant que le test est positif ?

Exercice 8

Dire pour chaque proposition si elle est vraie ou fausse en justifiant.

L'entreprise MICRO vend en ligne du matériel informatique, notamment des ordinateurs portables et des clés USB. Durant la période de garantie, les deux problèmes les plus fréquemment relevés par le service après-vente portent sur la batterie et sur le disque dur, ainsi :

- Parmi les ordinateurs vendus, 5% ont un défaut de batterie et parmi ceux-ci, 2% ont aussi un disque dur défectueux.
- Parmi les ordinateurs dont la batterie fonctionne correctement, 5% ont un disque dur défectueux.

Suite à l'achat en ligne d'un ordinateur :

Proposition 1 : La probabilité que l'ordinateur acheté n'ait ni problème de batterie, ni problème de disque dur, est égale à 0,08 à 0,01 près.

Proposition 2 : La probabilité que l'ordinateur acheté ait un disque dur défectueux est égale à 0,0485.

Proposition 3 : Sachant que l'ordinateur a été retourné pendant sa période de garantie car son disque dur était défectueux, la probabilité que sa batterie le soit également est inférieure à 0,02.

Exercice 9

Dans mon trousseau de clés il y a 4 clés différentes. Pour rentrer chez moi je prends une clé au hasard ; je fais ainsi des essais jusqu'à ce que je trouve la bonne ; j'écarte au fur et à mesure les mauvaises clés. Quelle est la probabilité pour que j'ouvre la porte :

1. du premier coup ?
2. au plus tard au deuxième essai ?
3. au quatrième essai ?

Exercice 10

Dans une population 40% des individus ont les yeux bruns, 25% des individus ont les cheveux blonds, 15% des individus ont les yeux bruns et les cheveux blonds. On choisit un individu au hasard. Calculez :

1. La probabilité de l'événement : si un individu a les yeux bruns d'avoir les cheveux blonds.
2. La probabilité de l'événement : si un individu a les cheveux blonds d'avoir les yeux bruns.
3. La probabilité de l'événement : si un individu a les cheveux blonds, de ne pas avoir les yeux bruns.

Exercice 11

En cas de migraine trois patients sur cinq prennent de l'aspirine (ou équivalent), deux sur cinq prennent un médicament M présentant des effets secondaires. Avec l'aspirine, 75% des patients sont soulagés. Avec le médicament M, 90% des patients sont soulagés.

1. Quel est le taux global de personnes soulagées ?
2. Quelle est la probabilité pour un patient d'avoir pris de l'aspirine sachant qu'il est soulagé ?

Exercice 12

Dans la salle des professeurs 60% sont des femmes ; une femme sur trois porte des lunettes et un homme sur deux porte des lunettes : quelle est la probabilité pour qu'un porteur de lunettes pris au hasard soit une femme ?