

A rendre pour le 25 novembre.

1 Exercice 1

Lors d'un sondage, 500 personnes interrogées ont le choix entre les réponses « oui » ou « non ». Les résultats obtenus sont les suivants :

Réponse	oui	non
Nombre de personnes	285	215

Soit X la variable aléatoire égale à 1 si la personne répond « oui » et à 0 sinon. On suppose que X suit une loi de Bernoulli de paramètre p .

1. Donner l'espérance et la variance de X . En déduire que X est un estimateur sans biais de p . Quel est son risque quadratique ?

Soit (X_1, \dots, X_n) un n -échantillon de variables aléatoires indépendantes et de même loi que X .

On note $\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$.

2. Montrer que \bar{X} est un estimateur sans biais de p .
3. Déterminer le risque quadratique de cet estimateur.
4. Donner une estimation de la valeur de p à partir des résultats du sondage.

2 Exercice 2

Von Bortkiewicz a étudié le nombre de morts par ruade de cheval dans l'armée prussienne de 1875 à 1894 dans 200 corps de cavalerie. Il a obtenu les résultats suivants :

Nombres de morts	0	1	2	3	4
Nombre de corps de cavalerie	109	65	22	3	1

Soit X la variable aléatoire égale au nombre de morts par ruade dans un corps de cavalerie choisi au hasard. On suppose que X suit une loi de Poisson de paramètre λ .

1. Donner l'espérance et la variance de X . En déduire que X est un estimateur sans biais de λ . Quel est son risque quadratique ?

Soit (X_1, \dots, X_n) un n -échantillon de variables aléatoires indépendantes et de même loi que X .

On note $\bar{X} = \frac{X_1 + \dots + X_n}{n}$.

2. Montrer que \bar{X} est un estimateur sans biais de λ .
3. Déterminer le risque quadratique de cet estimateur.
4. Donner une estimation de la valeur de λ à partir des résultats de Von Bortkiewicz.