

Conventions

Le calcul littéral désigne le calcul avec des *lettres*. Le plus souvent les lettres qu'on utilise sont $x, y, z...$ ou $a, b, c...$, mais cela n'a aucune importance, elles pourraient être remplacées par tout autres symboles. En mathématiques la signification portée par les lettres dépend souvent du contexte :

- $n, m, p, q...$ désignent souvent des nombres entiers ;
- $x, y, z...$ désignent souvent des nombres réels ;
- $f, g, h...$ désignent souvent des fonctions ;
- $u, v...$ désignent souvent des suites ;
- $A, B, C...$ désigne souvent des expressions algébriques dépendant d'une ou plusieurs variables.
- $X, Y, ...$ désignent souvent des variables aléatoires ;
- $M, P, Q...$ désignent souvent des matrices (au second semestre)

Les notations peuvent parfois se combiner :

- $f(x)$ désignent l'image du nombre x par la fonction f ;
- u_n désigne le n -ième terme de la suite u ;

1 Manipulation dans une expression

Règle de calcul en calcul littéral

Dans les formules suivantes, a, b, c et d peuvent être des nombres ou des variables :

- Développement simple : $a \times (b + c) = a \times b + a \times c$, ce qui peut s'écrire aussi

$$a(b + c) = ab + ac$$

- Développement double :

$$(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$$

Exercice 1

Développer et réduire les expressions des fonctions suivantes.

1. $3(x + 2)$

5. $(x - 1)(x + 9)$

9. $(2x - 1)^2$

2. $2(7x - 5)$

6. $(-y + z)(z + y)$

10. $(2x + 1)^2$

3. $-6(2 - 5x)$

7. $(-t + 6)(2t + 8)$

4. $3(x + 2) - 6(2 - 5x)$

8. $(2x - 1)(2x + 1)$

11. $(2x + 3)(4x - 7) - 2x$

Exercice 2 (Utiliser un résultat algébrique)

1. Développer et réduire l'expression suivante où x est un nombre réel :

$$(x + 1)(x - 1) - (x + 2)(x - 2)$$

2. Utiliser le résultat précédent pour trouver rapidement sans utiliser la calculatrice :
 $297 \times 295 - 298 \times 294$

Exercice 3 (*Conjecturer une formule*)

Observer les résultats ci dessous :

$$1^2 - 0^2 = 1$$

$$2^2 - 1^2 = 3$$

$$3^2 - 2^2 = 5$$

$$4^2 - 3^2 = 7$$

Les égalités ci-dessus permettent de conjecturer une propriété. Deux sont proposées ici :

- Si a et b sont deux nombres consécutifs, alors leur somme est égale à la différence de leurs carrés.
- Si a et b sont deux nombres consécutifs, alors leur somme est égale au carré de leur différence.

Une seule de ces propriétés est exacte. Laquelle? La démontrer.

Exercice 4

1. Développer et réduire $D = (a + 5)^2 - (a - 5)^2$.
2. On cherche à calculer $10\,005^2 - 9\,995^2$. Sans utiliser la calculatrice et en se servant de la question précédente, trouver le résultat.