

## 1 Quelques définitions

### Transposition didactique (Chevallard)

C'est l'ensemble des étapes, qui manifeste le passage :

- Du savoir savant (les découvertes et théories homologuées par les chercheurs, les savoirs universitaires),
- en savoir à enseigner (celui que l'on peut trouver dans les programmes par exemple)
- et enfin en savoir réellement enseigné qui est linéarisé, décomposé et qui correspond au discours de l'enseignant (ce discours n'est pas identique au discours officiel des programmes)

### Obstacle épistémologique (Bachelard-1938)

« Quand on cherche les conditions psychologiques des progrès de la science, on arrive bientôt à cette conviction que c'est en termes d'obstacles qu'il faut poser le problème de la connaissance scientifique. Et il ne s'agit pas de considérer des obstacles externes, comme la complexité et la fugacité des phénomènes, ni d'incriminer la faiblesse des sens et de l'esprit humain : c'est dans l'acte même de connaître, intimement, qu'apparaissent, par une sorte de nécessité fonctionnelle, des lenteurs et des troubles. C'est là que nous montrerons des causes de stagnation et même de régression, c'est là que nous décèlerons des causes d'inertie que nous appellerons **obstacles épistémologiques**.[ ]. En fait, on connaît contre une connaissance antérieure, en détruisant des connaissances mal faites, en surmontant ce qui, dans l'esprit même, fait obstacle à la spiritualisation. »

### Obstacle didactique (Brousseau -1983)

C'est ce que le maître met, soit volontairement, soit involontairement, entre l'apprenant et le savoir pour remettre en cause ses connaissances antérieures. Ce n'est pas un obstacle épistémologique puisque c'est l'enseignant qui met l'élève en situation de rupture. La notion d'obstacle n'est pas à confondre avec la notion de difficulté : **les obstacles sont les générateurs du savoir mathématiques**, alors que les difficultés sont des freins.

Question : donner des exemples d'obstacles didactiques qu'un élève rencontre dans sa scolarité.

## 2 Les nombres relatifs

1. Identification des savoirs savants : Supposons que l'on a construit l'ensemble  $\mathbb{N}$ . Quelle est la définition de l'ensemble  $\mathbb{Z}$  et des opérations associées à cet ensemble ?
2. Rechercher dans les programmes les savoirs à enseigner correspondants. Préciser les niveaux (on résumera cela dans un beau tableau...)
3. De nombreux livres proposent des activités de découverte basées sur des températures

1<sup>re</sup> épreuve 200 250 300  
 2<sup>e</sup> épreuve 210 200 150  
 3<sup>e</sup> épreuve 150 300 180

Les flèches rouges et vertes indiquent le gain ou la perte de points d'une épreuve à une autre.

a. Recopier et compléter chacun des schémas ci-dessus.  
 b. Effectuer chacune des additions suivantes pour connaître le bilan de chaque joueur de la 1<sup>re</sup> partie à la 3<sup>e</sup> partie :

- Émilie :  $(+20) + (-50)$
- Alexis :  $(-50) + (+20)$
- Jules :  $(-100) + (+100)$
- Rachel :  $(-40) + (-60)$

**Vocabulaire**  
 Pour calculer le bilan (en vert) de chaque partie, on dit que l'on effectue une **addition** de nombres relatifs. Pour Romain :  $(+10) + (-60) = -50$

(a)

**Gagné-Perdu**

1. À chaque manche d'un jeu vidéo, les concurrents gagnent ou perdent des points de vie. Toute partie se déroule en deux manches.  
 Si un joueur gagne 5 points dans la première manche, mais en perd 8 dans la deuxième manche, a-t-il, enfin de partie, gagné ou perdu des points de vie ? Combien ?

2. Le joueur A perd 3 points dans la première manche, mais il en gagne 9 ensuite. En fin de partie, il a donc gagné 6 points :

A perd 3 points, puis gagne 9 points    donc    A gagne 6 points  
 $(-3) + (+9) = (+6)$

De la même façon évaluer les gains et les pertes des autres joueurs, B, C, D et E :

B perd 4, puis perd 3    donc    B perd ...  
 $(...) + (...) = (...)$

C gagne 7, puis gagne 3    donc  
 $(...) + (...) = ...$

D perd ..., puis ...    donc    D ...  
 $(-2) + (+8) = (...)$

E ..., puis ...    donc  
 $(-7) + (+2) = ...$

(b)

C'est au VII<sup>e</sup> siècle que les commerçants indiens utilisèrent les nombres relatifs pour représenter les pertes (par des nombres négatifs) et les gains (par des nombres positifs). Recopier et compléter le tableau suivant en utilisant les nombres relatifs :

Opération commerciale	Traduction mathématique	Bilan
Gain de 200 € puis gain de 150 €	$(+200) + (+150)$	+ 350
Gain de 200 € puis perte de 150 €	$(+200) + (-150)$	.....
Perte de 200 € puis gain de 150 €	.....	.....
Perte de 200 € puis perte de 150 €	.....	.....

REMARQUE  
 Les commerçants indiens ne comptaient pas en euros !

Ce signe traduit « plus »

(c)

**Additionner des nombres relatifs**

**4 Établir un bilan**

Léo, le jeune frère de William, joue souvent aux billes. Entre deux parties, il les range dans un pot. Il a représenté ci-contre le pot et le résultat de ses deux dernières parties au cours desquelles il a gagné trois billes puis en a perdu cinq.

1. Choisir parmi les nombres relatifs suivants celui qui traduit le résultat de chacune des deux parties :  
 $-5$  ;  $-4$  ;  $-3$  ;  $+3$  ;  $+4$  ;  $+5$ .

2. a. Léo a-t-il davantage perdu que gagné de billes ?  
 b. Quel sera le signe du bilan des deux parties ?  
 c. Recopier et compléter l'opération « bilan » :

gagné 3    puis    perdu 5    bilan  
 $(+3) + (-5) = ...$

3. En s'aidant éventuellement d'un schéma comme précédemment, calculer les sommes :  
 a.  $(-6) + (+2)$     b.  $(+5) + (-3)$     c.  $(-4) + (+7)$     d.  $(-3) + (-2)$

(d)

FIGURE 1 – Extrait d'activités d'introduction des nombres relatifs

(positives ou négatives), des hauteurs (au dessus ou dessous de la mer), des étages à compter (au dessus du RDC ou en dessous) etc...

Quels peuvent être les écueils d'une telle présentation ?

4. Voici quelques extrait de manuels pour l'introduction de l'addition :

Faire une analyse didactique de ces activités, en relation avec la question précédente.

5. **Extrait du document d'accompagnement 2016 :**

" Une introduction des nombres négatifs (d'abord entiers puis décimaux non entiers) sans référence à des contextes concrets peut se faire à partir de l'équivalence de programmes de calcul. L'équivalence des programmes de calcul « ajouter 3 puis soustraire 5 », « ajouter 2 puis soustraire 4 », « ajouter 1 puis soustraire +3 », « ajouter 0 puis soustraire 2 » permet d'écrire :

$$3 - 5 = 2 - 4 = 1 - 3 = 0 - 2$$

*On convient alors de coder par  $(-2)$  le résultat commun à toutes ces soustractions (et a beaucoup d'autres encore)."*

A partir de cet extrait, imaginer une ou plusieurs activités permettant de mettre en oeuvre une introduction des nombres relatifs, ainsi que l'addition entre ceux-ci. On en fera une analyse didactique.