Lycée Grand Nouméa
ECT 1
A. DA SILVA **Travail de groupe : approximation linéaire** Année 2021

La calculatrice n'est pas autorisée.
Rappel : choisir un rapporteur par groupe.

1 Introduction

*Si un nombre n'est point un carré parfait, il ne faut pas s'attendre d'en pouvoir tirer la racine exacte en nombres rationnels, entiers, ou rompus ; dans ces cas il faut avoir recours aux méthodes d'**approximation**, et se contenter d'une valeur qui ne diffère que d'une très-petite quantité de la valeur exacte de la racine cherchée.*

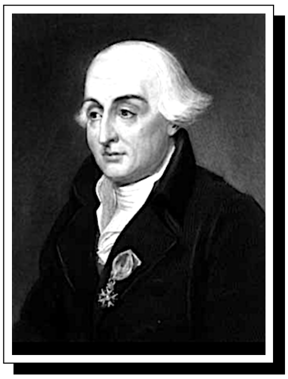
Jean le Rond d'Alembert - Encyclopédie de Diderot (1751)

Approximation *: Opération par laquelle on tend à se rapprocher de plus en plus de la valeur réelle d'une quantité ou d'une grandeur sans y parvenir rigoureusement. Du latin "approximatio", "approximare", ("ad" : à , "proximus" : très proche).*

Trésor de la langue française informatisé.

Les approximations de « nombres » jalonnent l'histoire des mathématiques. On trouvait déjà de remarquables approximations du « nombre » π ou de $\sqrt{2}$ dans les tablettes babyloniennes (second millénaire avant JC). Cependant les méthodes mises en oeuvre à cette période sont principalement géométriques. Ce n'est que bien plus tard, au 18ème siècle, que les méthodes dites d'*analyse*[1] ont permis des avancées considérables sur le problème général de l'approximation des nombres, notamment grâce à des mathématiciens comme Leonhard Euler, Brook Taylor ou encore Joseph-Louis Lagrange.

(a) Leonhard Euler



(b) Joseph-Louis Lagrange

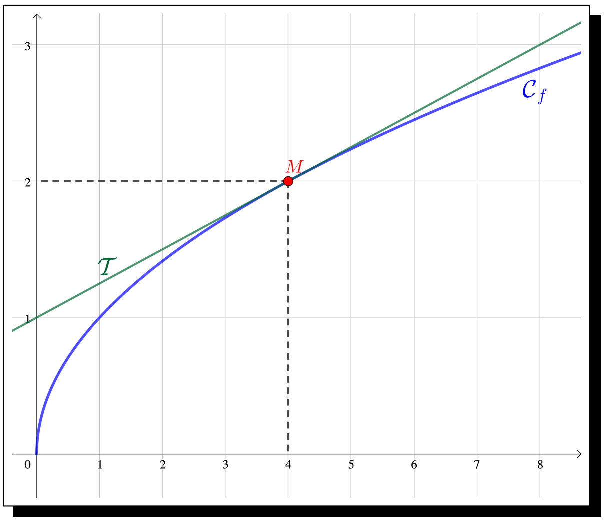
Cette activité se propose de vous faire découvrir comment calculer une valeur approchée de $\sqrt{x}$ et $\dfrac{1}{x}$ pour certaines valeurs de x bien choisies.

1. L'utilisation de ce mot ayant pour point de départ l'oeuvre *Introductio in Analysin Infinitorum* d'Euler (1748).

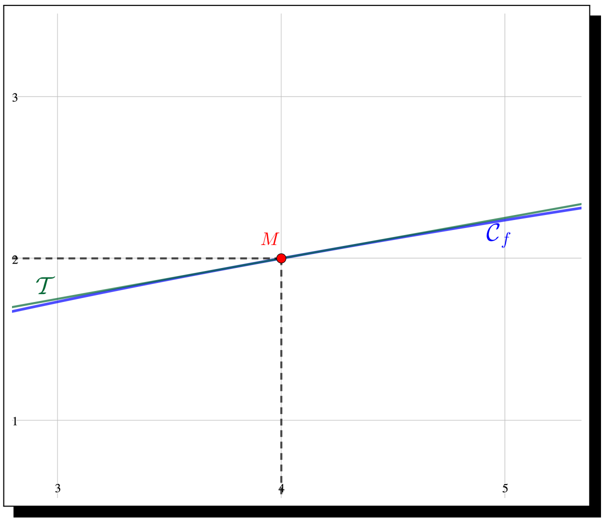
2 $\sqrt{x}$ pour x proche de 4

On pose , pour $x \geq 0$, $\boxed{f(x) = \sqrt{x}}$. On note :

- $\mathcal{C}_f$ la courbe représentative de f dans un repère donné (figure 1c)
- M le point de $\mathcal{C}_f$ d'abscisse 4
- $\mathcal{T}$ la tangente à $\mathcal{C}_f$ en M.



(c) Représentation graphique de la fonction $x \mapsto \sqrt{x}$ et la tangente $\mathcal{T}$ en M



(d) Un zoom autours de M

1. Déterminer, grâce à la formule du cours, l'équation de $\mathcal{T}$, tangente à la courbe $\mathcal{C}_f$ en M.
2. Selon vous, quel phénomène la figure 1d met-elle en lumière ?
3. A partir de cette observation proposer une méthode permettant de calculer $\sqrt{x}$ pour x « très proche » de 4 ?
4. Appliquer cette méthode pour calculer une approximation des nombres suivants :
   - $\sqrt{4.4}$
   - $\sqrt{4.04}$
   - $\sqrt{1.96}$

3 Calcul d'inverses

Adapter la méthode trouvée précédemment pour calculer une approximation des nombres suivants :

- $\dfrac{1}{1.1}$
- $\dfrac{1}{0.9}$
- $\dfrac{1}{2.1}$
- $\dfrac{1}{1.9}$