1 Primitive d'une fonction

Définition.

On appelle primitive d'une fonction f définie et continue sur un intervalle $[a;b]$ toute fonction F définie et dérivable sur $[a;b]$ telle que $F' = f$.

Primitives des fonctions usuelles

Tableau des primitives

Fonction f	Fonction primitive F	Intervalle
x^n, $n \in \mathbb{N}$, $n \neq 1$	$\frac{1}{n+1}x^{n+1}$	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$	$\ln(x)$	$]0,+\infty[$
$\frac{1}{x^n}$, $n \in \mathbb{N} \setminus \{0,1\}$	$-\frac{1}{n-1}\frac{1}{x^{n-1}}$	$]-\infty,0[$ ou $]0,+\infty[$
e^x	e^x	$\mathbb{R}$
e^{ax} où $a \neq 0$	$\frac{1}{a}e^{ax}$	$\mathbb{R}$

Primitive et opération

La primitive d'une somme est la somme des primitives.
En revanche, on ne dispose pas d'expression simple de la primitive d'un produit ou d'un quotient de fonctions.

Primitives sous forme de fonctions composées

Nous pouvons lire à l'envers les dérivées des fonctions composées déjà rencontrées :

Fonction	u^n	$\sqrt{u}$	$\ln u$	e^u	Primitive
Dérivée	$n \times u' \times u^{n-1}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$	$\frac{u'}{u}$	$u'e^u$	Fonction

2 Intégrale d'une fonction

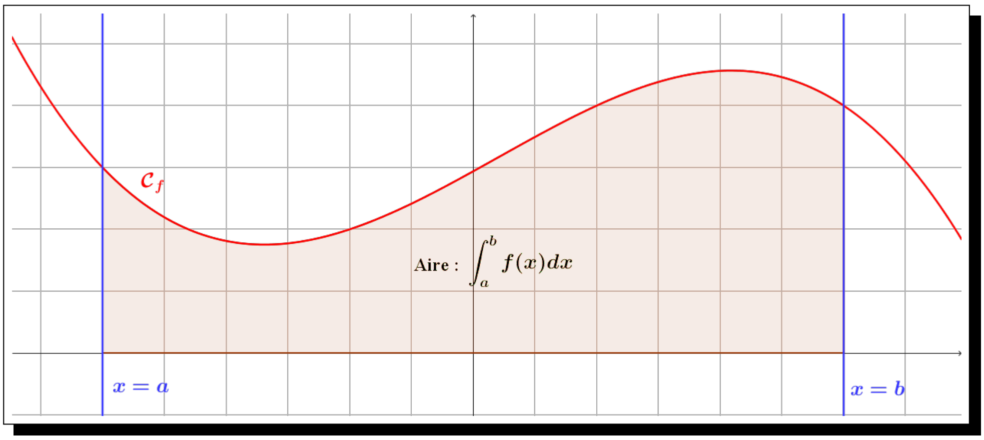

FIGURE 1

Définition.

Étant donnée une fonction f définie et continue sur un intervalle $[a; b]$, et F un primitive de f sur cet intervalle, on appelle intégrale de f entre a et b, et on note $\int_a^b f(x)dx$, la différence $F(b) - F(a)$.

$$\boxed{\int_a^b f(x)dx = [F(x)]_a^b = F(b) - F(a)}$$

3 Propriétés de l'intégrale

Propriétés : Linéarité de l'intégrale

Pour toutes fonctions f et g continues sur un intervalle $[a; b]$, et pour tout nombre λ,
$\int_a^b (f(x) + g(x))\, dx = \int_a^b f(x)dx + \int_a^b g(x)dx$ et $\int_a^b (\lambda f(x))\, dx = \lambda \int_a^b f(x)dx$

Théorème : Intégration par parties

Étant données deux fonctions u et v dérivables sur un intervalle $[a; b]$,

$$\int_a^b u'(x)v(x)dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u(x)v'(x)dx$$