

A rendre pour le 20 mai.

1 Exercice

Le nombre d'arbres d'une forêt, en milliers d'unités, est modélisé par la suite (u_n) où u_n désigne le nombre d'arbres, en milliers, au cours de l'année $(2020 + n)$.

En 2020, la forêt possède 50 000 arbres. Afin d'entretenir cette forêt vieillissante, un organisme régional d'entretien des forêts décide d'abattre chaque année 5% des arbres existants et de replanter 3 000 arbres.

1. Montrer que la situation peut être modélisée par $u_0 = 50$ et pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = 0,95u_n + 3$.
2. Calculer u_1, u_2, u_3 . Cette suite est-elle arithmétique ? Géométrique ?
3. On considère la suite (v_n) définie pour tout entier naturel n par $v_n = 60 - u_n$.
 - (a) Montrer que $v_{n+1} = 0.95v_n$ et en déduire que la suite (v_n) est une suite géométrique de raison 0,95.
 - (b) Calculer v_0 . Déterminer l'expression de v_n en fonction de n .
 - (c) Démontrer que pour tout entier naturel n , $u_n = 60 - 10 \times (0,95)^n$.
4. Déterminer le nombre d'arbres de la forêt en 2025. On donnera une valeur approchée arrondie à l'unité.
5. Déterminer l'année à partir de laquelle le nombre d'arbres de la forêt aura dépassé de 10 % le nombre d'arbres de la forêt en 2020.
6. Quelle sera l'évolution de la forêt dans le temps ?