Fonctions 2 : Exercices

1 Introduction

Nous allons étudier la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{2x-1}{x-1}$.

Le but est de donner toutes les informations possibles vues au précédent chapitre (lesquelles ?) et de donner de nouvelles informations, que nous appellerons *limites*.

Exceptionnellement, la calculatrice est autorisée.

1. Remplir le tableau de valeur suivant :

x	-5	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4	5	6
$f(x)$												

Que remarquez-vous pour la valeurs 1 ?

2. Nous allons essayer d'être plus précis pour comprendre ce qui se passe lorsque x est « proche »de 1 mais sans jamais être égal à 1.

Remplir le tableau de valeur :

x	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7
$f(x)$												

On peut même essayer d'être encore plus proche :

x	0.99	0.999	0.9999	0.99999	1.00001	1.0001	1.001	1.01
$f(x)$								

Que se passe t'il lorsque x se rapproche de 1 ?

3. On va s'intéresser maintenant au cas où x augmente de façon franche dans la partie positive de l'axe des abscisses.

Remplir le tableau suivant :

x	10	100	1000	10 000	100 000	1 000 000
$f(x)$						

Que constatez-vous ?

4. On va s'intéresser maintenant au cas où x diminue de façon franche dans la partie négative de l'axe des abscisses.

x	-10	-100	-1000	- 10 000	-100 000	- 1 000 000
$f(x)$						

Que constatez-vous ?

5. Tracer la courbe représentative de f. On prendra son cahier ou sa feuille en mode paysage, et on prendra 1cm pour unité dans un repère orthonormé, gradué de -10 à 10 sur l'axe des abscisses et de -8 à 8 sur l'axe des ordonnées.

6. Dresser le tableau de variations de f. Quelles nouvelles informations pouvons-nous apporter ?

2 Application du cours

Exercice 1

Donner pour chaque fonction sa limite en a :

1. $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$ définie sur $]-\infty;1[$ en $a=1$.
2. $g(x) = \dfrac{x+2}{x+3}$ définie sur $]-\infty;-3[$ en $a=-3$.
3. $h(x) = 1 + \dfrac{1}{x} + \dfrac{1}{x^2}$ définie sur $]0;+\infty[$ en $a=0$.
4. $k(x) = \dfrac{x^2-x+2}{x-1}$ définie sur $]-\infty;1[$ en $a=1$.

Exercice 2

Donner pour chaque fonction sa limite en a :

1. $f(x) = 4x+1$ définie sur $\mathbb{R}$ en $a=+\infty$.
2. $g(x) = x^2 - \dfrac{1}{x}$ définie sur $]0;+\infty[$ en $a=0$ et en $a=+\infty$.
3. $h(x) = 2 + \dfrac{3}{x^2+1}$ définie sur $\mathbb{R}$ en $a=-\infty$ et en $a=+\infty$.

Exercice 3

Donner pour chaque fonction sa limite en a :

1. $f(x) = x^2-3x+2$ définie sur $\mathbb{R}$ en $a=-\infty$ et en $a=+\infty$.
2. $g(x) = \dfrac{x+1}{x^2+x+2}$ définie sur $\mathbb{R}$ en $a=-\infty$ et en $a=+\infty$.
3. $h(x) = -3x^3+2x^2-x+1$ définie sur $\mathbb{R}$ en $a=-\infty$ et en $a=+\infty$.
4. $k(x) = \dfrac{-x^3-x^2+4}{x^2+x+5}$ définie sur $\mathbb{R}$ en $a=-\infty$ et en $a=+\infty$.
5. $s(x) = \dfrac{3x^2-1}{2x^2+x+2}$ définie sur $\mathbb{R}$ en $a=-\infty$ et en $a=+\infty$.

Exercice 4

Donner pour chaque fonction sa limite en a :

1. $f(x) = \sqrt{x^2+3x+1}$ définie sur $\mathbb{R}$ en $a=+\infty$.
2. $f(x) = (-2x+3)^3$ définie sur $\mathbb{R}$ en $a=-\infty$.
3. $f(x) = \dfrac{1}{(-2x+1)^2}$ définie sur $]\dfrac{1}{2};+\infty[$ en $a=+\infty$.

Exercice 5

Parmi les trois fonctions suivantes, deux ont des courbes asymptotes. Lesquelles ?

$f(x) = \dfrac{2x^2 - x + 1}{x} \qquad g(x) = 2x - 1 - \dfrac{1}{x} \qquad h(x) = \dfrac{2x^2 + x + 1}{x}$

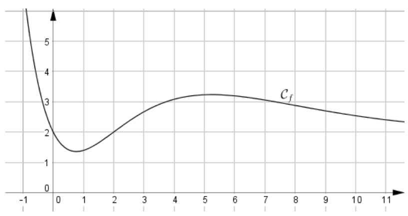
Exercice 6

Soit f la fonction définie sur $]-2; +\infty[$ par $f(x) = \dfrac{x^2 - 3}{2 + x}$.

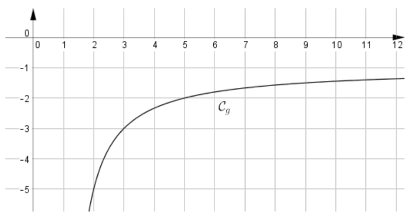
1. Déterminer la limite de f en -2 et en $+\infty$.
2. Que peut-on en déduire pour la courbe de f ?
3. Montrer que la droite $\mathcal{D}$ d'équation $y = x - 2$ est asymptote à la courbe de f en $+\infty$.
4. Étudier les variations de f.
5. Représenter graphiquement la courbe de f.

Exercice 7

On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction f définie sur $\mathbb{R}$. Conjecturer (deviner) les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.



On a représenté ci-dessous la courbe représentative d'une fonction g définie sur $]1; +\infty[$. Conjecturer les limites de g en 1 et en $+\infty$.



Exercice 8

Soit f la fonction définie sur $[0; +\infty[$ par $f(x) = -x + 2 - 3\sqrt{x}$.

1. Déterminer la limite de $\dfrac{f(x)}{x}$ en $+\infty$.
2. Que peut-on en déduire pour la courbe de f ?