

1 Calcul de limites

1.1 Fonctions de référence

Fonction puissance (n entier naturel non nul) - TRES IMPORTANT

- $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^n = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n = \begin{cases} +\infty & \text{si } n \text{ est pair} \\ -\infty & \text{si } n \text{ est impair} \end{cases}$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x^n} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x^n} = 0$

Fonction racine

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

1.2 Opérations sur les limites

Limite d'une somme :	Limite de f	Limite de g	Limite de $f + g$
	a	b	$a + b$
	a	$-\infty$	$-\infty$
	a	$+\infty$	$+\infty$
	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$
	$+\infty$	$-\infty$	F.I.
	$-\infty$	$-\infty$	$-\infty$

Limite d'un produit :	Limite de f	Limite de g	Limite de $f \times g$
	a	b	$a \times b$
	$a \neq 0$	∞	∞
	0	∞	F.I.
	∞	∞	∞

Limite de l'inverse d'une fonction :	Limite de f	Limite de $\frac{1}{f}$
	$a \neq 0$	$\frac{1}{a}$
	0^+	$+\infty$
	0^-	$-\infty$
	∞	0

Limite de la composée de deux fonctions :	Limite de f en b	Limite de g en l	Limite de $g \circ f(x)$ en a
	b	l	l

1.3 Limite d'une fonction polynomiale ou rationnelle

Méthode

Pour trouver la limite d'un polynôme en $\pm\infty$, en cas de forme indéterminée, on le factorise par le terme de plus haut degré.

Méthode

Pour trouver la limite d'une fraction rationnelle en $\pm\infty$, on factorise le numérateur et le dénominateur par leurs termes de plus haut degré, et on simplifie.

2 Droites asymptotes

2.1 Asymptote horizontale

Asymptote horizontale en $+\infty$

Soit f une fonction définie au voisinage de $+\infty$.
Si $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$, alors la courbe de f admet une asymptote horizontale d'équation $y = l$ en $+\infty$.

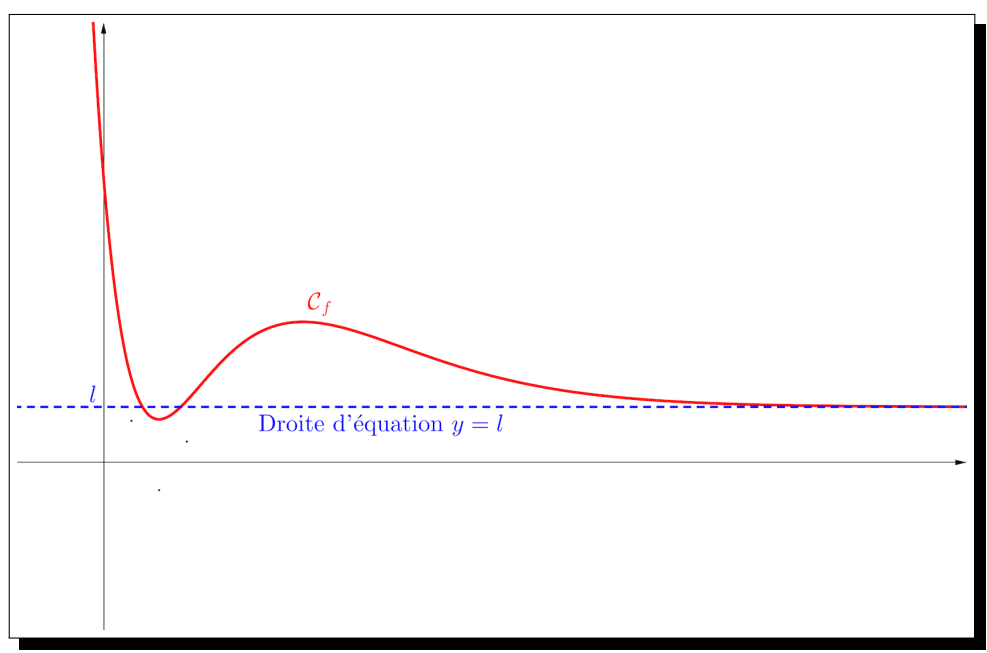


FIGURE 1 – Asymptote horizontale en $+\infty$

Asymptote horizontale en $+\infty$

Soit f une fonction définie au voisinage de $-\infty$.

Si $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = l$, alors la courbe de f admet une asymptote horizontale d'équation $y = l$ en $-\infty$.

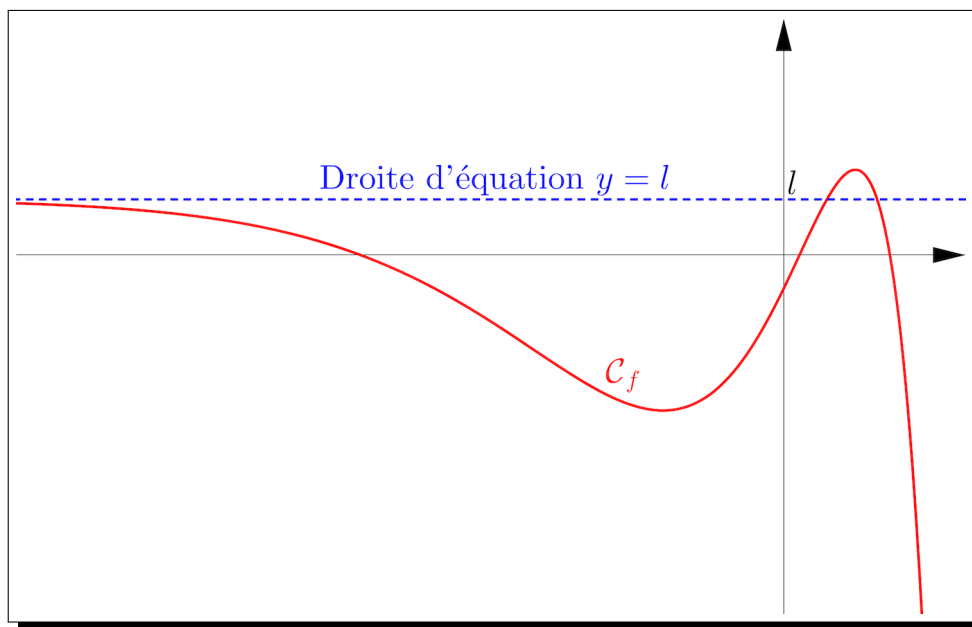


FIGURE 2 – Asymptote horizontale en $-\infty$

2.1.1 Asymptotes verticales

Asymptote verticale

Soit f une fonction définie au voisinage d'un nombre a donné.

Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$, alors la courbe de f admet une asymptote verticale d'équation $x = a$.

2.1.2 Asymptotes obliques

Asymptotes obliques

Soit f une fonction définie au voisinage de $+\infty$.

S'il existe deux nombres a et b tels que $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - (ax + b)) = 0$, alors la droite d'équation $y = ax + b$ est asymptote oblique à la courbe de f en $+\infty$.

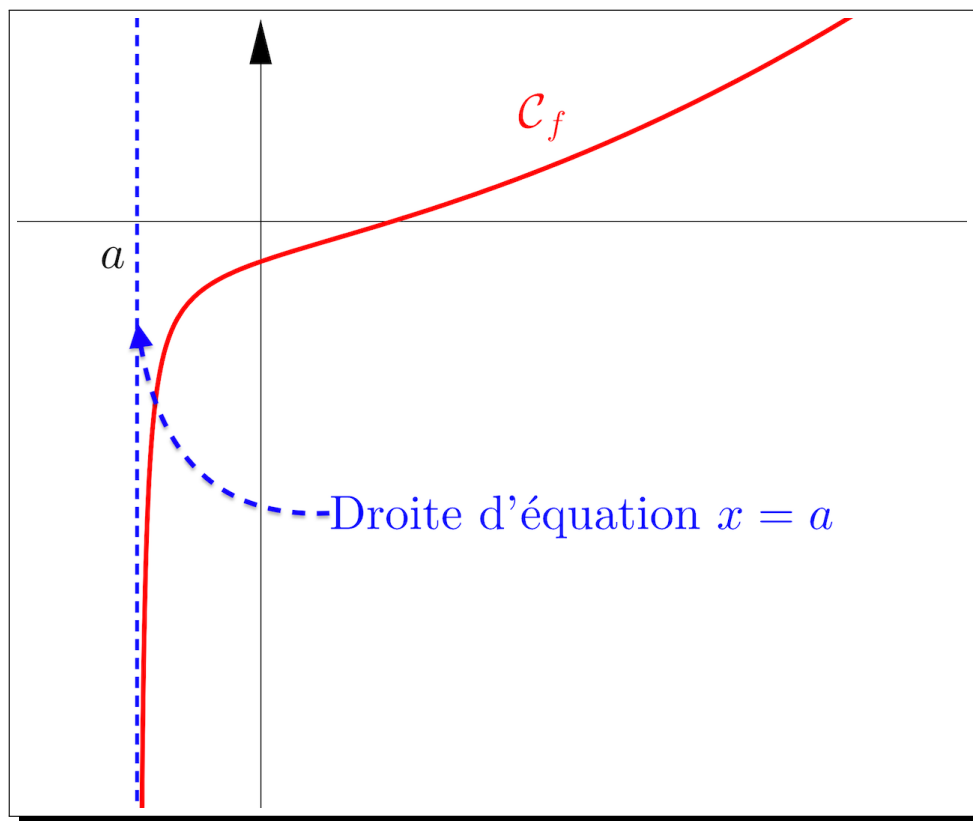


FIGURE 3 – Asymptote verticale lorsque $x \rightarrow a$

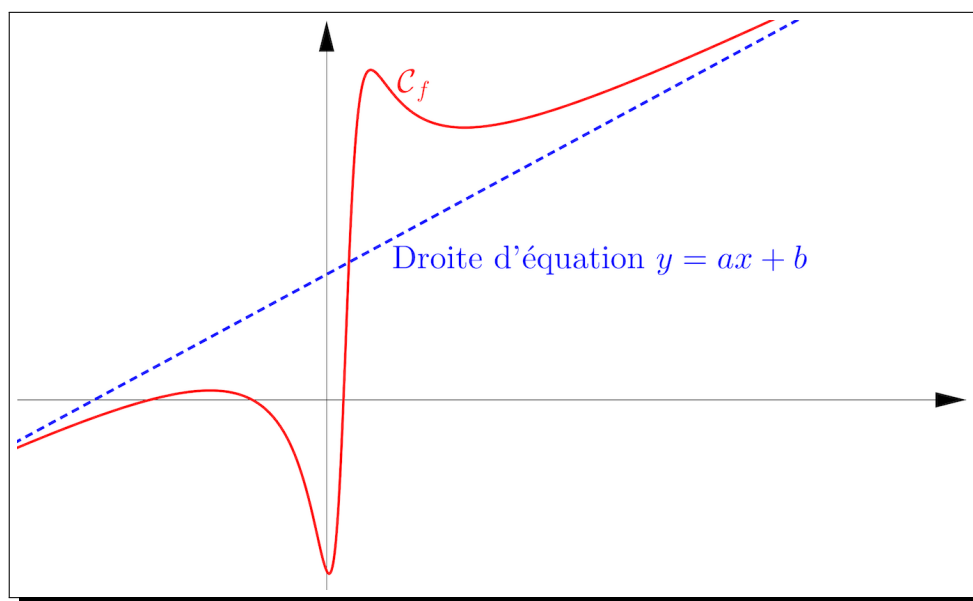


FIGURE 4 –