Lycée Grand Nouméa
ECT1
A. DA SILVA

Fonctions 3 : correction

Année 2021

Exercice 9

Calculer la dérivée des fonctions suivantes sur leur intervalle de définition :

a) $f(x) = -\frac{1}{2}x + 2$ sur $\mathbb{R}$

$$\boxed{f'(x) = -\frac{1}{2}}$$

b) $g(x) = 3x^3 - 2x^2 + x + 1$ sur $\mathbb{R}$

$$\boxed{g'(x) = 9x^2 - 4x + 1}$$

c) $h(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$

$$\boxed{h'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{-1}{x^2}}$$

d) $A(u) = \frac{u}{4} - 2$ sur $\mathbb{R}$

$$\boxed{A'(u) = \frac{1}{4}}$$

e) $B(u) = (u^2 - 1)\sqrt{u}$ sur $[0; +\infty[$ De la forme $f \times g$ avec $f(u) = u^2 - 1$ et $g(u) = \sqrt{u}$.
On a : $f'(u) = 2u$ et $g'(u) = \frac{1}{2\sqrt{u}}$

$$\begin{aligned} B' &= f' \times g + f \times g' \\ B'(u) &= 2u \times \sqrt{u} + (u^2 - 1) \times \frac{1}{2\sqrt{u}} \\ B'(u) &= \boxed{2u\sqrt{u} + (u^2 - 1)\frac{1}{2\sqrt{u}}} \end{aligned}$$

f) $C(u) = \frac{u+2}{1-u}$ sur $\mathbb{R} - \{1\}$
De la forme $\frac{f}{g}$ avec $f(u) = u + 2$ et $g(u) = -u + 1$
$f'(u) = 1$ et $g'(u) = -1$

$$\begin{aligned} \left(\frac{f}{g}\right)' &= \frac{f'g - fg'}{g^2} \\ C'(u) &= \frac{1 \times (-u+1) - (u+2) \times (-1)}{(-u+1)^2} \\ C'(u) &= \frac{-u + 1 + u + 2}{(-u+1)^2} \\ C'(u) &= \boxed{\frac{3}{(-u+1)^2}} \end{aligned}$$

Fonctions 3 : correction

Exercice 10

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

(a) $f(x) = x^3 + x^2 - x - 1$ sur $\mathbb{R}$ $\boxed{f'(x) = 3x^2 + 2x - 1}$

(b) $f(x) = 3x^4 - 4x^2 + \dfrac{1}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$ $\boxed{f'(x) = 12x^3 - 8x - \dfrac{1}{x^2}}$

(c) $g(x) = \dfrac{x}{2} + \dfrac{2}{x}$ sur $\mathbb{R}^*$ $\boxed{g'(x) = \dfrac{1}{2} - \dfrac{2}{x^2}}$

(d) $f(t) = 1 - \dfrac{1}{t} - \dfrac{1}{t^2}$ sur $\mathbb{R}^*$ $\boxed{f'(t) = \dfrac{1}{t^2} + \dfrac{2}{t^3}}$

(e) $f(x) = \sqrt{x} - x$ sur $]0; +\infty[$ $\boxed{f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} - 1}$

(f) $g(t) = 3\sqrt{x} + \dfrac{3}{x}$ sur $]0; +\infty[$ $\boxed{g'(t) = \dfrac{3}{2\sqrt{x}} - \dfrac{3}{x^2}}$

Exercice 11

Calculer la dérivée des fonctions suivantes :

(a) $f(x) = \sqrt{3x+1}$ sur $]-\dfrac{1}{3}; +\infty[$ $f(x)$ est de la forme $g(ax+b)$ avec $g(x) = \sqrt{x}$, $a = 3$ et $b = 1$. On aura besoin de $g'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

Alors

$$\begin{aligned} f'(x) &= a \times g'(ax+b) \\ &= 3 \times \frac{1}{2\sqrt{3x+1}} \\ &= \boxed{\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}} \end{aligned}$$

(b) $g(x) = (1+x^2)^4$ sur $\mathbb{R}$ De la forme u^n avec $u(x) = 1 + x^2$ et $n = 4$. On aura besoin de $u'(x) = 2x$

Alors

$$\begin{aligned} g'(x) &= n \times u' \times u^{n-1} \\ &= 4 \times 2x \times (1+x^2)^3 \\ &= \boxed{8x(1+x^2)^3} \end{aligned}$$

(c) $h(t) = \dfrac{1}{1+t^2}$ sur $\mathbb{R}$ De la forme $\dfrac{f}{g}$ avec $f(t) = 1$ et $g(t) = 1 + t^2$

$f'(t) = 0$ et $g'(t) = 2t$

$$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$$
$$h'(t) = \frac{0 \times (1+t^2) - 1 \times (2t)}{(1+t^2)^2}$$
$$h'(t) = \boxed{\frac{-2t}{(1+t^2)^2}}$$

(d) $f(t) = 2\sqrt{1-2t}$ sur $]-\infty; \frac{1}{2}[$
Idem a), on trouve
$$f'(t) = \boxed{\frac{-4}{\sqrt{1-2t}}}$$

(e) $g(x) = 3(2x+1)^5$ sur $\mathbb{R}$
Idem b), on trouve
$$g'(x) = \boxed{30(2x+1)^4}$$

(f) $f(x) = \dfrac{1}{x+2}$sur $\mathbb{R} - \{-2\}$ Idem c), on trouve
$$f'(x) = \boxed{-\frac{1}{(x+2)^2}}$$